

**INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES**

**OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
23.01.2010
Clasa a VIII-a**

Subiectul I

Demonstrați că $(x+2)(2y+3)(3z+4) \geq 96\sqrt{xyz}$, oricare ar fi numerele reale $x > 0$, $y > 0$ și $z > 0$.

Subiectul II

Arătați că, dacă $x \in [-3, 6]$, atunci

$$\sqrt{x+12+6\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+12-6\sqrt{x+3}} = 6$$

Subiectul III

În dreptunghiul $ABCD$ $AB=a$, $BC=b$ ($a < b$). Perpendiculara dusă din punctul B pe diagonala (AC) intersectează latura (AD) în punctul P . În punctul P se ridică o perpendiculară pe planul (ABC) pe care se ia un punct M astfel încât $PM = a\sqrt{3}$.

- a) Să se demonstreze că $MA^2 - MC^2 = a^2 - b^2$
- b) Să se determine distanța punctului P de planul (BMC) .

Subiectul IV

În triunghiul ABC cu $[AB] \equiv [AC]$, mediatoarea laturii AB intersectează pe (BC) în punctul T . În punctul A construim DA perpendicular (ABC) și notăm cu P , respectiv Q proiecțiile punctului A pe dreptele DT , respectiv DC . Arătați că punctele B , P , Q sunt coliniare.

www.mategl.com

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se evaluează cu 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.